

Respuesta a Rafael Pla

el Juan

15 de julio de 2005

En este documento se responde al correo enviado por Rafael Pla López a la redacción de www.marxist.com, en el cual expresa algunas discrepancias con el artículo “El Materialismo Dialéctico y el Cálculo” (MyC), desgraciadamente, en esta carta, Rafael Pla no argumenta suficientemente sus observaciones, de manera que a partir de esta misiva no puede entablarse una polémica seria. Sin embargo, me parece una buena oportunidad para seguir escribiendo sobre lo que es el Materialismo Dialéctico y de este modo, retomar y ampliar lo escrito en el artículo antes mencionado.

Camaradas, como profesor y doctor en Matematicas no puedo menos de comentar algunas de las cuestiones que se plantean en el texto “El Materialismo Dialectico y el Calculo”

Como marxistas no podemos permitirnos una presentación de este tipo, ya que si bien Rafael Pla es doctor y profesor, este hecho no le da más fuerza a las argumentaciones que vaya a hacer (que durante este documento se comprobará que no las hace), de manera que, si en términos de argumentación es irrelevante su título académico nobiliario, a menos que conscientemente lo haya escrito para recalcar la “diferencia” tan grande que hay entre un estudiante y un doctor y profesor.

La afirmacion de que el calculo diferencial e integral requiere ir mas alla de la logica formal no tiene ninguna base. Dicho calculo, de hecho, se desarrollo, bastante antes del origen del marxismo, sobre la base de una logica formal modal, basada en cuantificadores universales y existenciales.”

Alan Woods explicó una vez que para comer no es necesario saber anatomía, del mismo modo, para pensar no es necesario saber Materialismo Dialéctico, más aun, el comportamiento de la naturaleza no está en espera de que el entendimiento del hombre siga superándose para comportarse como se comporta; la naturaleza se comporta de manera dialéctica independientemente del entendimiento del hombre, en particular, el cálculo, de este modo no es necesario que Hegel, Marx y Engels hubiesen explicado el carácter dialéctico de la naturaleza y del cálculo para que estos se comportaran justo como lo hacen. Porque el cálculo es una abstracción de lo que ocurre en el mundo real, como expliqué en

mi primer artículo, que Rafael Pla no se molestó en leer. Escribí en el primer artículo:

1. “Hemos partido de problemas concretos, planteando el problema de encontrar la velocidad de una partícula que se encuentra en movimiento.
2. “Este problema físico lo replanteamos de tal modo que se convierte en un problema geométrico, pasamos de un problema concreto a un problema abstracto (recordemos que comenzamos abstrayéndonos cuando planteamos que los ejes del sistema cartesiano representan el espacio y el tiempo, el desplazamiento como la gráfica en tal sistema y cuando sacamos como conclusión que la velocidad instantánea es la pendiente de la recta tangente).
3. “Resolvimos el problema de encontrar la pendiente de la recta tangente a un punto de la gráfica de una función, y en consecuencia, quedó resuelto el problema de encontrar la velocidad instantánea de una partícula que sigue cierta ley.
4. “Partimos de lo concreto haciendo una pregunta, después, para simplificar el problema nos abstraímos, porque de este modo, es más fácil resolver el problema. Una vez resuelto el problema nos regresamos a lo concreto pero ahora con la respuesta del problema inicial. Nótese la negación de la negación en este proceso, además de la unión dialéctica entre lo concreto y lo abstracto. Pero esto sucede en general con todas las matemáticas.
...”

Esto es lo que se escribió, y todo esto no tiene nada que ver con lo planteado por Rafael Pla.

Afirmar que el cálculo no es dialéctico porque aún no se desarrollaba el marxismo es equivalente a decir que la velocidad de la luz en el vacío no era $299,792,458m/s$ hasta antes del desarrollo de la relatividad, más aún, esto es como decir que el éter se disolvió en el vacío en el momento en el que nació Einstein o que la luz no existía hasta que Maxwell nació.

“Igualmente, afirmar que el “formalismo matemático” es “la punta de lanza del idealismo en las matemáticas” es una barbaridad. El formalismo matemático es simplemente una necesidad para el rigor matemático general de las demostraciones. Sin perjuicio de que puedan utilizarse enfoques inductivos (como hace el estudiante autor del texto) con propósitos didácticos, estos enfoques no tienen valor demostrativo general”.

De nuevo el Rafael Pla comienza criticando mi artículo sin antes haberlo leído. Yo escribí lo siguiente:

“

1. Todo el proceso antes mostrado niega totalmente lo que los idealistas piensan de las matemáticas. Las matemáticas tienen su origen en lo concreto, incluso, esto ocurre, con las ramas de las matemáticas más abstractas. Hay muchos matemáticos que niegan la veracidad de este proceso de construcción. Esto se debe a su ignorancia en las demás ciencias naturales, al no conocerlas, ellos se forman la idea de que las matemáticas forman partido aparte de las demás ciencias, esto los encierra en su mundito apartado y se vuelven cerrados en el terreno científico.
2. Este mismo sector de matemáticos suele abogar por el “formalismo matemático”. Esta idea la manejan mucho ellos para respaldar su filosofía idealista. De hecho, este “formalismo matemático” es la punta de lanza del idealismo en las matemáticas. Para hacerlo pasar como algo natural y correcto, este grupo de personas buscan confundir a sus interlocutores, diciendo que el “formalismo matemático” es escribir puntualmente los resultados y problemas matemáticos, hecho completamente falso. Plantear bien los problemas te lleva a conclusiones materialistas, de hecho los “matemáticos formales” para llegar a una conclusión, plantean mal el problema y en consecuencia ellos no llegan a resultados correctos. Si no se plantea correctamente un problema, la respuesta de éste no será correcta y esto es lo que ocurre con este sector de matemáticos. Más aún, para validar su modo de pensar, ellos dicen estar respaldados en las matemáticas, pero al plantearlas mal, llegan a sacar conclusiones erróneas, porque las matemáticas son solamente una herramienta, no una “tabla de los diez mandamientos bajadas del Sinaí”; del mismo modo que hay que aprender a usar el desarmador, se debe aprender a interpretar y plantear problemas”

”

Se debe notar que hemos destacado la diferencia entre escribir puntualmente¹ y formalmente. La formalidad matemática no es más que el empleo de la lógica formal en las matemáticas, la lógica formal, como lo dice su nombre, es forma y no se fija en la relación entre la forma y el fondo, que hay en las matemáticas y el mundo real y al no fijarse en las bases materiales del mundo real, es común que se planteen cosas erróneas, como por ejemplo “el sexo de los ángeles” o “cuántos ángeles pueden pararse en la cabeza de un alfiler”.

Aunque esto tiene menor importancia, no es correcto identificar curvas “suaves” con curvas “continuas” o “diferenciales”. Normalmente se llaman curvas “suaves” a las que corresponden a funciones “analíticas”, que son derivables en cualquier orden (es decir, que existen la primera, la segunda, la tercera derivada, etc., hasta cualquier orden) y pueden aproximarse por series polinómicas.

En matemáticas no es de menor importancia identificar correctamente la diferencia entre una curva C^∞ y una curva analítica (fig. 1), ahora hay que

¹por escribir puntualmente, entendemos escribir concienzudamente, con orden

recordarle a Rafael Pla que este texto no está dirigido para los escolásticos de la matemática formal, sino para un público bastante más amplio, en particular, es de enorme interés para nosotros que los trabajadores comprueben que en efecto la dialéctica está presente en toda la naturaleza, no siendo el raciocinio humano la excepción, de modo que no es nuestro objetivo discutir en qué bibliografía identifican una curva suave con una curva C^∞ y en qué casos lo hacen con las analíticas.

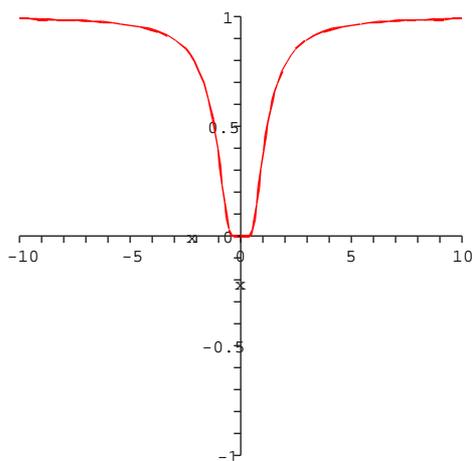


Figura 1: Esta función vale $\exp(-1/x^2)$ cuando $x \neq 0$, y vale 0 cuando $x = 0$. Además, esta función es C^∞ , pero no es analítica en $x = 0$, puesto a que en ese punto, dicha función no puede desarrollarse en serie de Taylor.

Un diferencial no es un incremento pequeño, sino un incremento siguiendo la recta tangente, que puede ser tan grande como se quiera. Y hablar de un curva como una union de pequeñas rectas no es correcto. No es cierto que “localmente la recta tangente y un pequeño pedazo de curva son lo mismo”: simplemente su diferencia (la diferencia entre el incremento siguiendo la curva y el diferencial siguiendo la tangente) es pequeña. Podemos decir que la tangente es una aproximacion local a la curva, pero no que coincide localmente con ella, salvo en el punto de tangencia.

Engels se encargó de responder hace ya 121 años, en la *Dialéctica de la Naturaleza*:

“Asíntotas. La geometría comienza con el descubrimiento de que entre la recta y la curva media una antítesis absoluta, de que lo recto no puede en

modo alguno expresarse en lo curvo ni esto en lo recto, de que lo uno y lo otro son inconmensurables entre sí. Y, sin embargo, no hay más manera de calcular el círculo que expresando su periferia en líneas rectas. Pero en las curvas con asíntotas lo recto se pierde totalmente en lo curvo, y viceversa; exactamente lo mismo que la noción del paralelismo: las líneas no son paralelas, van acercándose constantemente y, sin embargo, no llegan a encontrarse nunca; el trazo de la curva va haciéndose cada vez más recto, pero sin llegar a serlo nunca por entero, del mismo modo que en la geometría analítica la línea recta es considerada como una curva de primer grado con una curvatura infinitamente pequeña. Por muy, grande que llegue a ser el x de la curva logarítmica, y no podrá ser nunca $= 0$.

“Recta y curva aparecen equiparadas, en última instancia en el cálculo diferencial: en el triángulo diferencial, cuya hipotenusa forma la diferencial del cálculo (en el método tangencial), puede considerarse esta hipotenusa “como una pequeña línea recta que es, al mismo tiempo, elemento del arco y elemento de la tangente”, ya se considere la curva como integrada por infinitas líneas rectas o se la considere “como una curva fija”; puesto que la curvatura es en cada punto, M , infinitamente pequeña, no cabe duda de que la última relación existente entre el elemento de la curva y el de la tangente es una relación de igualdad”. Por tanto, también aquí, aunque la relación se acerca siempre a la igualdad, pero la naturaleza de la curva es siempre asíntótica, puesto que el contacto se limita a un punto, carente de longitud, se acepta en última instancia que se ha llegado a la igualdad entre lo recto y lo curvo (Bossut, *Calcul diff. et intégr.*, París, An VI, I, pág. 149). En las curvas polares, incluso se considera la abscisa imaginaria diferencial como paralela a la real, operándose en este sentido, aunque ambas se encuentran en el polo; más aún, se llega, partiendo de aquí, a la conclusión de que existe semejanza entre dos triángulos, uno de los cuales presenta un ángulo precisamente en el punto de intersección de ambas líneas, sobre cuyo paralelismo se cifra toda la semejanza.

“Allí donde termina sobre poco más o menos la matemática de lo recto y lo curvo, se abre una nueva trayectoria, casi infinita con la matemática que concibe lo curvo como recto (triángulo diferencial) y lo recto como curvo (curva de primer grado, con una curvatura infinitamente pequeña). ¡Oh metafísica!”

Por ejemplo, podemos leer en el libro de Geometría Diferencial de Elías Micha del cuarto coloquio del departamento de matemáticas CINVESTAV-IPN p. 72, lo siguiente: “Comenzamos por definir el concepto de superficie y la definición está motivada por la idea de que una superficie se debe ver “*localmente*” como un pedazo del “*plano euclideo*” . . .”.

No es cierto que “si tenemos una función de velocidad continua, entonces podemos considerar esta como la unión de una infinidad de movimientos rectilíneos uniformes”. De hecho, la diferencia puede verse clara en términos físicos: los movimientos rectilíneos uniformes solo pueden darse en ausencia de fuerzas externas actuando sobre el cuerpo en cuestión. En presencia de tales fuerzas, la aceleración es distinta de cero y en ningún momento hay movimiento rectilíneo uniforme. Dicho enfoque del movimiento no uniforme como una su-

cesion de movimientos uniformes se corresponde con la concepcion aristotelica que precedio a la fisica newtoniana.

Ambas partes de este párrafo son incorrectas. Por un lado, Rafael Pla nos dice: “no es cierto que si tenemos una funcion de velocidad continua, entonces podemos considerar esta como la union de una infinidad de movimientos rectilíneos uniformes”, para responder a esto, debemos responder al señor Pla parte del curso de teoría de la medida, en este curso se enseña que una función medible puede aproximarse por funciones simples, las funciones simples son funciones que parecen escalones, una unión de funciones constantes con dominio y rango finito y que además son medibles (ver fig. 2), formalmente para definirlo, tenemos que definir la función característica de A , como

$$\Xi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

De este modo definimos una función simple como: $\varphi : A \rightarrow \mathbb{R}$, donde $\varphi(x) = \sum_i a_i \Xi_{A_i}$, donde $\cup_i A_i = A$, $\cap_i A_i = \emptyset$, $\mu(A_i) < \infty$ y $a_i \in \mathbb{R}$, $a_i < \infty$.

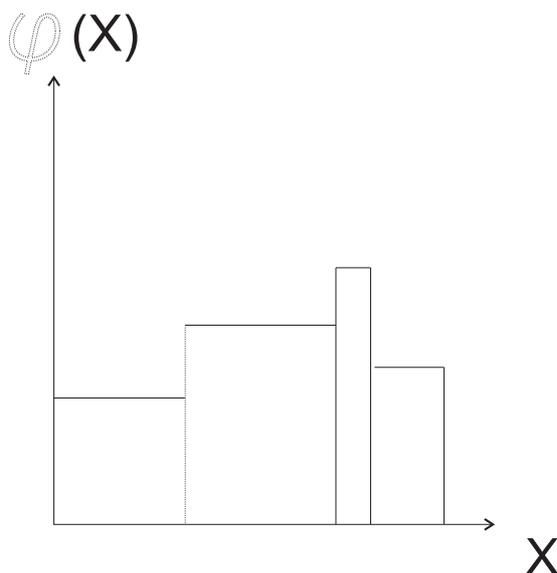


Figura 2: Función simple

Para nuestros propósitos, en una función Riemann-integrable $\mu([a, b]) = b - a$. Además, en los cursos de teoría de la medida, se demuestra el siguiente teorema: Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, entonces, f es medible si y sólo si f es el límite de una sucesión de funciones simples.

Pero no sólo eso se enseña en los cursos, también se enseña que toda función continua es medible, por tanto toda función continua es el límite de funciones

simples, por consecuencia se puede expresar ésta como la unión de una infinidad de funciones constantes (ver fig. 3). Si el eje vertical representa la velocidad y el horizontal el tiempo, los escalones de las funciones simples representan movimientos rectilíneos uniformes, por lo tanto, si tenemos una función velocidad continua, ésta es medible y como consecuencia puede ser vista como una sucesión de funciones simples y por tanto puede ser vista como “la unión de una infinidad de movimientos rectilíneos uniformes”.

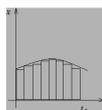


Figura 3: Representación de una función continua como límite de funciones constantes.

En la segunda parte de este párrafo, Pla también está equivocado, ya que los movimientos rectilíneos uniformes **no** solamente se dan en ausencia de fuerzas externas actuando sobre el cuerpo en cuestión, también se dan cuando la suma de las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo en cuestión es **0**. El que existan fuerzas que actúen sobre un cuerpo, no significa que el movimiento ya no pueda ser rectilíneo uniforme, si la suma de estas fuerzas es 0, el cuerpo puede estar en movimiento rectilíneo uniforme, o incluso en reposo; de este modo demostramos que Rafael Pla está completamente equivocado en lo que respecta a este párrafo.

Por otra parte, identificar la derivación como una “negación” para introducir la ley hegeliana de la negación de la negación es un abuso de los términos. Es claro que, en el espacio de las funciones, la derivación es la operación inversa de la integración, igual que en el conjunto de los números reales la resta es la operación inversa de la suma. Pero tomar estas operaciones como ejemplos de “dialéctica” supone trivializarla de forma inadmisibles.

¿Por qué es un abuso de los términos? Lo escrito en este párrafo no es más que un decreto, ya que no se demuestra nada, Rafael Pla recurre a la afirmación para sustituir a la evidencia, estos no son los métodos utilizados por los marxistas, por el contrario, nosotros, los marxistas exhibimos y demostramos nuestras afirmaciones.

Por otro lado, el que abusa de los términos es Rafael Pla, cuando afirma que “en el espacio de las funciones, la derivación es la operación inversa de la integración”, ¿de qué espacios de funciones habla Pla? Si no le pone nombre al espacio de funciones, está abusando de los términos, hay varios tipos de espacios de funciones, por ejemplo, las Riemann-integrables, las Lebesgue-integrables, las C^∞ , las C^{85647} , las medibles, etc.

Es evidente que el *Doctor Pla* no se tomó la molestia en explicar en qué consisten estas operaciones inversas. Esto realmente forma parte de lo que conocemos como el teorema fundamental del cálculo, enunciado en dos partes:

- Primer Teorema Fundamental del Cálculo Infinitesimal:

Si $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ es integrable sobre $[a, b]$, definiremos F sobre $[a, b]$, como:

$$F(x) = \int_0^x f.$$

Si f es continua en $c \in [a, b]$, entonces F es derivable en c y

$$F'(c) = f(c).$$

Si $c = a$ ó $c = b$, entiéndase por F' , la derivada por la derecha o por la izquierda, respectivamente.

- Segundo Teorema Fundamental del Cálculo Infinitesimal:

Si f es integrable sobre $[a, b]$ y $f = g'$ para alguna función g , entonces:

$$\int_a^b f = g(b) - g(a).$$

Como el lector podrá ver, lo que ocurre con la derivada y la integral no es tan cierto que “la derivación es la operación inversa de la integración, igual que en el conjunto de los números reales la resta es la operación inversa de la suma”, lo que ocurre es mucho más complicado, por lo tanto, la anterior frase no es más que otro decreto.

Pero no conforme con los anteriores decretos, encontramos el tercer decreto en el séptimo párrafo de su carta a la redacción de nuestra página “pero tomar estas operaciones como ejemplos de “dialéctica” supone trivializarla de forma inadmisibles”. Lo que es inadmisibles, son los decretos, los decretos son una trivialización del marxismo y las matemáticas, comparar los teoremas fundamentales del cálculo con la suma y la resta en los números reales es una verdadera trivialización.

Realmente, la dialéctica en las matemáticas yace en el terreno de la complejidad (en la frontera entre el orden y el caos), que requiere

tecnicas de teoria de sistemas y otras para abordarlas, y en las que realmente si aparecen “todos” que son mas que la “suma de las partes” (un “mas que” que no se reduce a un paso al limite). Tecnicas que podian ser innecesarias para estudiar procesos fisicos relativamente sencillos (para los que basta el calculo diferencial e integral), pero que son imprescindibles para el estudio de procesos complejos, como son los procesos biologicos y sociales. Antes de querer ver una dialectica trivializada por todas partes, es recomendable releer el prologo de Marx a la tercera edicion del Capital, donde sostiene la especificidad de la dialectica para dicho tipo de procesos.

Falso. La dialéctica en las matemáticas aparece donde hay movimiento, porque el movimiento en sí, ya es contradictorio, en el Anti-Dühring se puede leer: “pero la situación es diferente, tan pronto como consideramos las cosas en su movimiento, su cambio, su vida, sus influencias recíprocas unas en otras. Entonces, inmediatamente aparecen las contradicciones. La moción en sí mismo es una contradicción: incluso el simple cambio mecánico de lugar sólo puede llegar a producirse con un cuerpo que esté en un momento dado y en ese mismo momento, en un sitio y en otro, que esté en el mismo sitio y que no esté en él. Y el continuo planteamiento y solución simultanea de esta contradicción es precisamente lo que es el movimiento”.

El cálculo es la rama más elemental de las matemáticas que nacen a partir del movimiento, el movimiento es la base del materialismo dialéctico, y como Engels explicó, el movimiento es contradictorio, por lo tanto, la lógica formal no basta para entenderlo, es aquí donde necesitamos de la dialéctica, por lo tanto, para entender el cálculo como hijo del movimiento, es necesario entender la dialéctica.

Y os recomiendo, con caracter general, que no deis pabulo a afirmaciones apresuradas sobre las matematicas y otras ciencias si no quereis contribuir al desprestigio de la dialectica y el marxismo entre los practicantes de dichas ciencias.

Ciertamente, me parece muy positivo que los jovenes se cuestionen filosoficamente, desde enfoques marxistas, las disciplinas que van aprendiendo. Pero como advirtiera tambien Marx en el primer prologo del Capital, no es posible llegar a conclusiones profundas sin un estudio profundo de dichas disciplinas.

Esto es lo único con lo que estoy de acuerdo con Rafael Pla, es por eso que me ví en la necesidad de responderle. No hace más que lanzar más que afirmaciones apresuradas sobre matemáticas, si dejara pasar por alto toda esta carta y la publicara sin ningún tipo de respuesta, estaría dando pábulo a afirmaciones apresuradas y como no quiero contribuir al desprestigio de la Dialéctica y el Marxismo me ví en la necesidad de responderle.

Responderle a Rafael Pla no es de importancia para mí, para mí lo importante es que las ideas del marxismo revolucionario sean conocidas y no sean

alteradas, escribo este nuevo documento para aquellos lectores concienzudos interesados en el genuino marxismo, estas notas no son notas apresuradas como afirma Rafael Pla, me llevó alrededor de medio año el elaborarlas, en cambio él no invirtió ni siquiera dos horas en escribir su lista de agravios y quejas.